

# Contrôle non paramétrique de procédés par lots basé sur STATIS et la classification

**N. Niang Keita**

ndeye.niang\_keita@cnam.fr

**G. Saporta**

gilbert.saporta@cnam.fr

**F.S. Fogliatto**

ffogliatto@producao.ufrgs.br

# SOMMAIRE

**Introduction**

**Contrôle statistique des procédés par lots**

**Contrôle off line: STATIS**

**Contrôle on line: classification contrainte et STATIS**

**Conclusion & Perspectives**

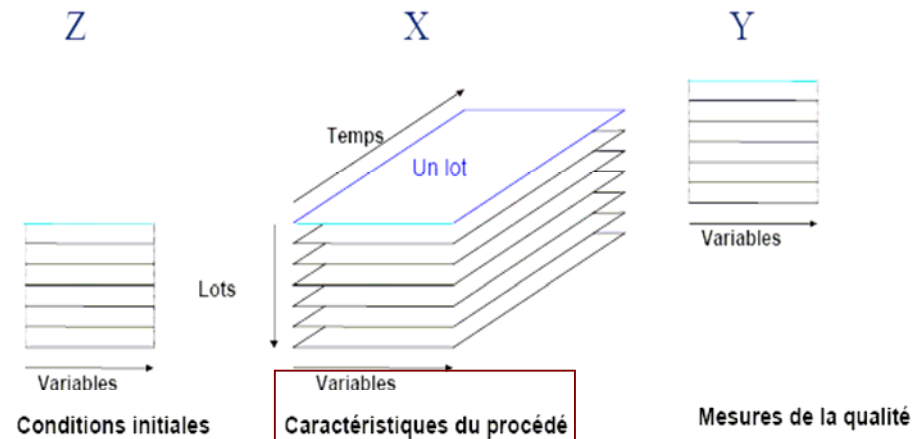
## Les procédés par lots

- Très fréquents dans l'industrie chimique, pharmaceutique, agro-alimentaire
- mode de production discontinu et diversifié en petites ou moyennes séries
- développement lié à la demande croissante en fabrication adaptée à chaque client (customized manufacturing )

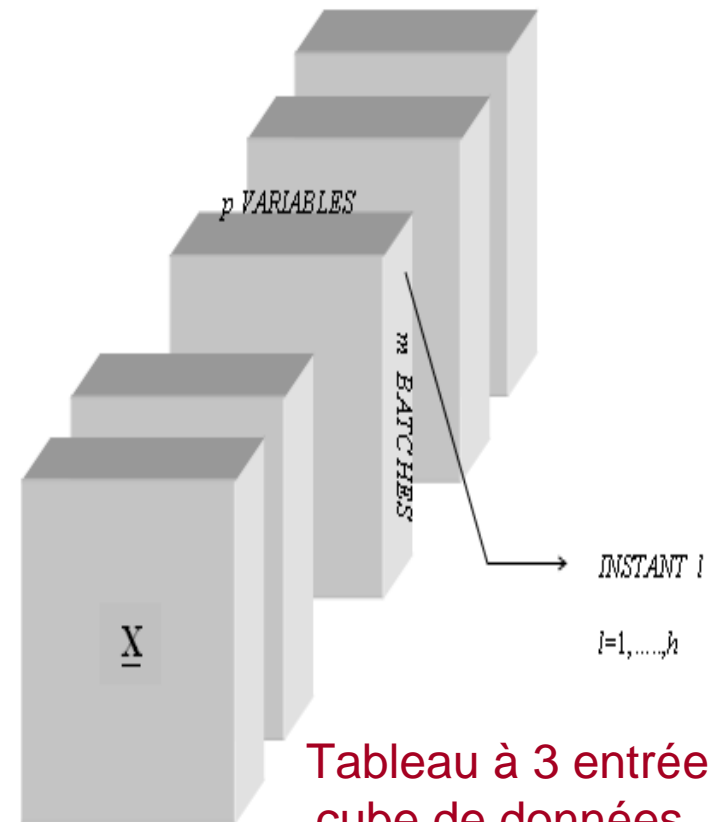
# Mode de fonctionnement

- 3 étapes :
  - introduction des matières premières en quantités prédéfinies, dans un ordre spécifique
  - traitements pendant un certain temps fixe ou variable :
    - \* procédé à temps fixe
    - \* procédé à temps variable
  - Récupération du produit final et analyse de sa qualité
  - **On se limite aux procédés à temps fixe**

# Les variables d'un procédé par lots



Contrôle multivarié



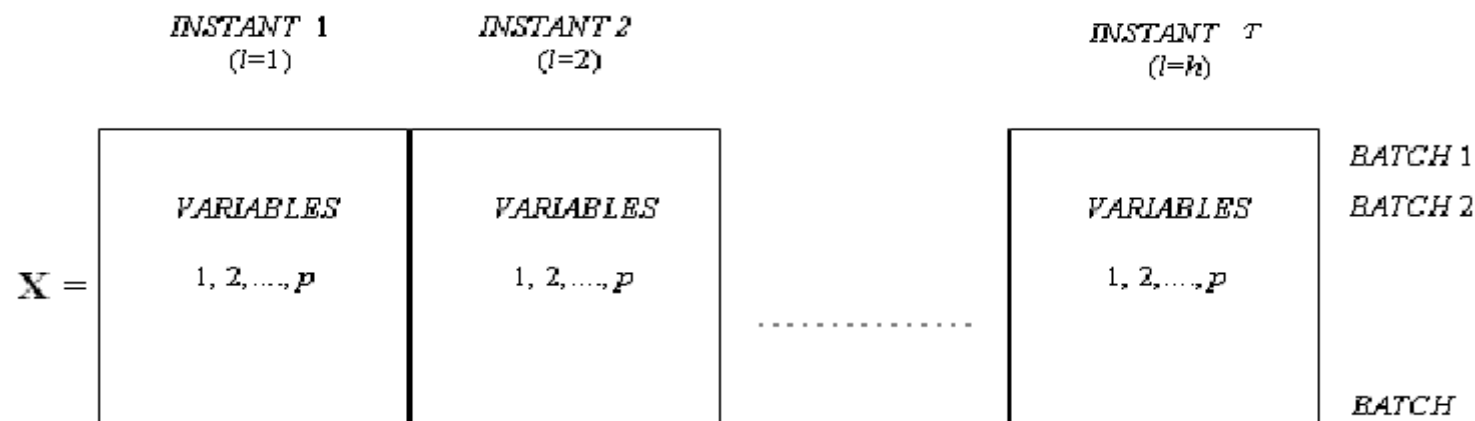
# Deux types de contrôle de qualité

- Contrôle off line: en fin de fabrication
  - But : vérifier à la fin du lot que les caractéristiques du procédé ont bien respecté les spécifications (définies à partir des lots de référence) pour assurer la qualité du produit final.
- Contrôle on line : en cours de fabrication
  - But = vérifier que les caractéristiques du procédé respectent bien les spécifications, au fur et à mesure pour détecter le plus tôt possible des situations de hors contrôle → gain de temps , économie

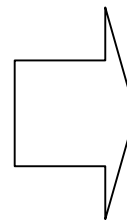
# Contrôle des procédés par lots à temps fixe

Nomikos, P. and MacGregor, J.F. (1995)

- prélever  $N$  bons lots  $\rightarrow$  cube de données  $\underline{\mathbf{X}}$
- Transformer  $\underline{\mathbf{X}}$  en une matrice  $\mathbf{X}$



- Variables  $\rightarrow i = 1, \dots, P$
- Batches  $\rightarrow b = 1, \dots, N$
- Time Instants  $\rightarrow t = 1, \dots, T$



$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}'_1 \\ \mathbf{x}'_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}'_N \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{x}'_k = (1 \times pT)$$

# Contrôle off line

- Cartes de contrôle multivariées basées sur les composantes principales issues de l'ACP du tableau transformé  $X$  :

– **Carte de Hotelling** (off-line) : Pour un lot  $f$  fini  $\mathbf{X}'_f, (1 \times pT)$

Comparer 
$$T_{q,f}^2 = \sum_{i=1}^q \frac{c_{i,f}^2}{\lambda_i} = \sum_{i=1}^q y_{i,f}^2$$

à 
$$\text{LSC} = (pT(N+1)(N-1))/N(N-pT) F_{\alpha, pT, N-pT}$$

- **Cartes sur les résidus**
- **Cartes sur les composantes et analyse des contributions**



# Contrôle on line

- A l'instant  $t < T$ , lot en cours, représenté par le vecteur  $\mathbf{x}'_f$  ( $1 \times pt$ ),
- Le calcul de  $c_{i,f}$ , et de  $T_{q,f}^2$  repose sur les  $pT$  coefficients
- Le contrôle on-line nécessite de compléter le vecteur  $\mathbf{x}'_f$  pour les  $T-t$  instants restants
- Plusieurs stratégies en fonction **du procédé**

# Contrôle des procédés par lots à temps fixe

- **Méthodes usuelles de contrôle multivarié**
  - carte de Hotelling,
  - carte des résidus, analyse des contributions pour recherche des causes assignables
- **Inconvénients: méthodes paramétriques et temps fixe**
  - Hypothèse de normalité et lots de même longueur
  - inapplicable en cas de non normalité
  - inapplicable pour les procédés à temps variable

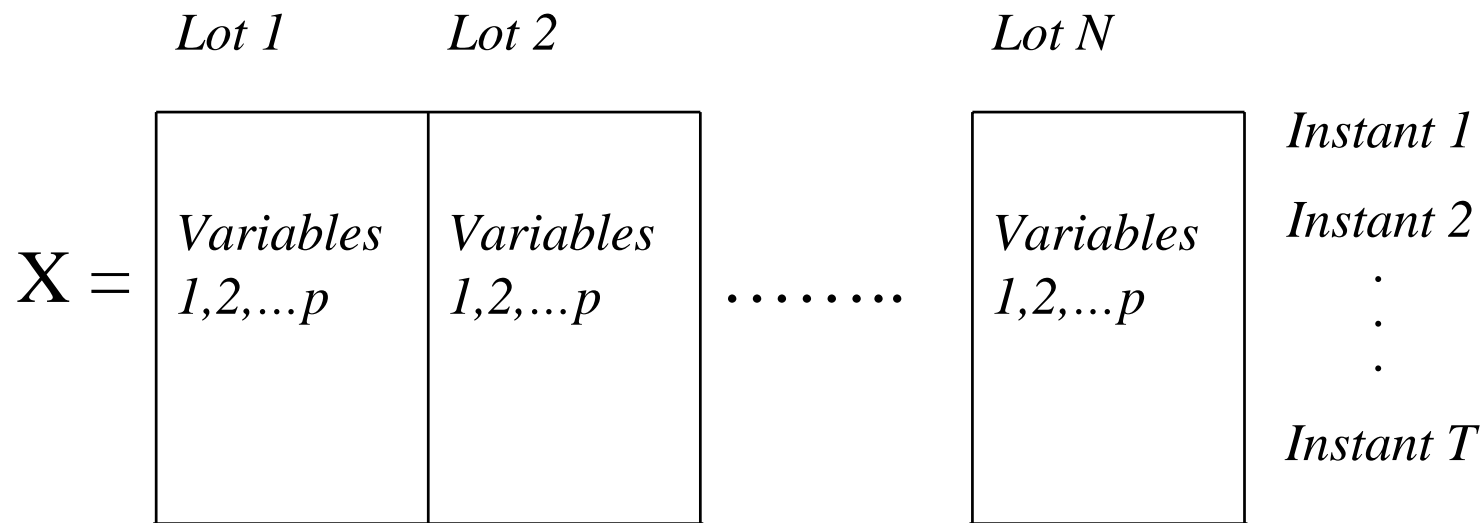
# Approche proposée : 3 étapes

1. Déplier le cube **des lots de référence** : en ligne les instants de mesures, en colonne les variables lot par lot et **appliquer STATIS**
2. Cartes **non paramétriques** : régions de contrôle empiriques définies à partir des enveloppes convexes construites sur les plans factoriels de **l'interstructure**
3. Projection des lots à contrôler comme éléments supplémentaires

# Approche proposée : étape 1

Déplier le cube : les instants de mesure en ligne  
les variables lot par lot en colonne

# STATIS pour analyser les tableaux multiples



# Approche proposée : étape 1

- STATIS : analyse de tableaux multiples :
  - **interstructure** : étude globale des différences entre tableaux
  - **intrastructure** : étude fine des différences entre tableaux
  - **Trajectoires** : évolution des individus ou variables suivant les tableaux

# Approche proposée : étape 1

## STATIS - Interstructure

- On représente chaque étude  $(\mathbf{X}_b \mathbf{M}_b \mathbf{D})_{b=1, \dots, N}$

$\mathbf{D}$  = Matrice de poids des individus (instants de mesure)

$$\mathbf{X}_b = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ T \end{matrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \dots & X_{P1} \\ X_{12} & X_{22} & \dots & X_{P2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1T} & X_{2T} & \dots & X_{PT} \end{bmatrix} \quad \text{par}$$

$$\mathbf{W}_b = \mathbf{X}_b \mathbf{M}_b \mathbf{X}_b'$$

- On associe un poids  $\pi_b$  à chaque  $\mathbf{W}_b \longrightarrow$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \pi_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \pi_N \end{bmatrix}$$

# Approche proposée : étape 1

## STATIS - Interstructure

Matrice **S** des **coefficients RV** définis à partir des produits scalaires entre :

- les objets  $\mathbf{W}_b$   $\langle \mathbf{W}_b | \mathbf{W}_{b'} \rangle_{HS} = Tr (\mathbf{D}\mathbf{W}_b \mathbf{D}\mathbf{W}_{b'})$

- les objets  $\mathbf{W}_b$  normés

$$\langle \mathbf{W}_b | \mathbf{W}_{b'} \rangle_{HS} = Tr (\mathbf{D}\mathbf{W}_b \mathbf{D}\mathbf{W}_{b'}) / \sqrt{Tr[(\mathbf{D}\mathbf{W}_b)^2] Tr[(\mathbf{D}\mathbf{W}_{b'})^2]}$$

# Approche proposée : étape 1

## STATIS - Interstructure

- **ACP de  $S\Delta$**

Les vecteurs propres de  $S\Delta$  associés aux deux plus grandes valeurs propres permettent la représentation des objets  $\mathbf{W}_1, \dots, \mathbf{W}_B$  sur le 1er plan factoriel :

- Les coordonnées des  $\mathbf{W}_b$  sur l'axe  $i$  sont contenues dans  $\mathbf{c}_{b,i}$ :

$$\mathbf{c}_{b,i} = \sqrt{\lambda_i} \mathbf{u}_i$$

$i^{\text{ème}}$  valeur propre de  $S\Delta$

$i^{\text{ème}}$  vecteur propre de  $S\Delta$

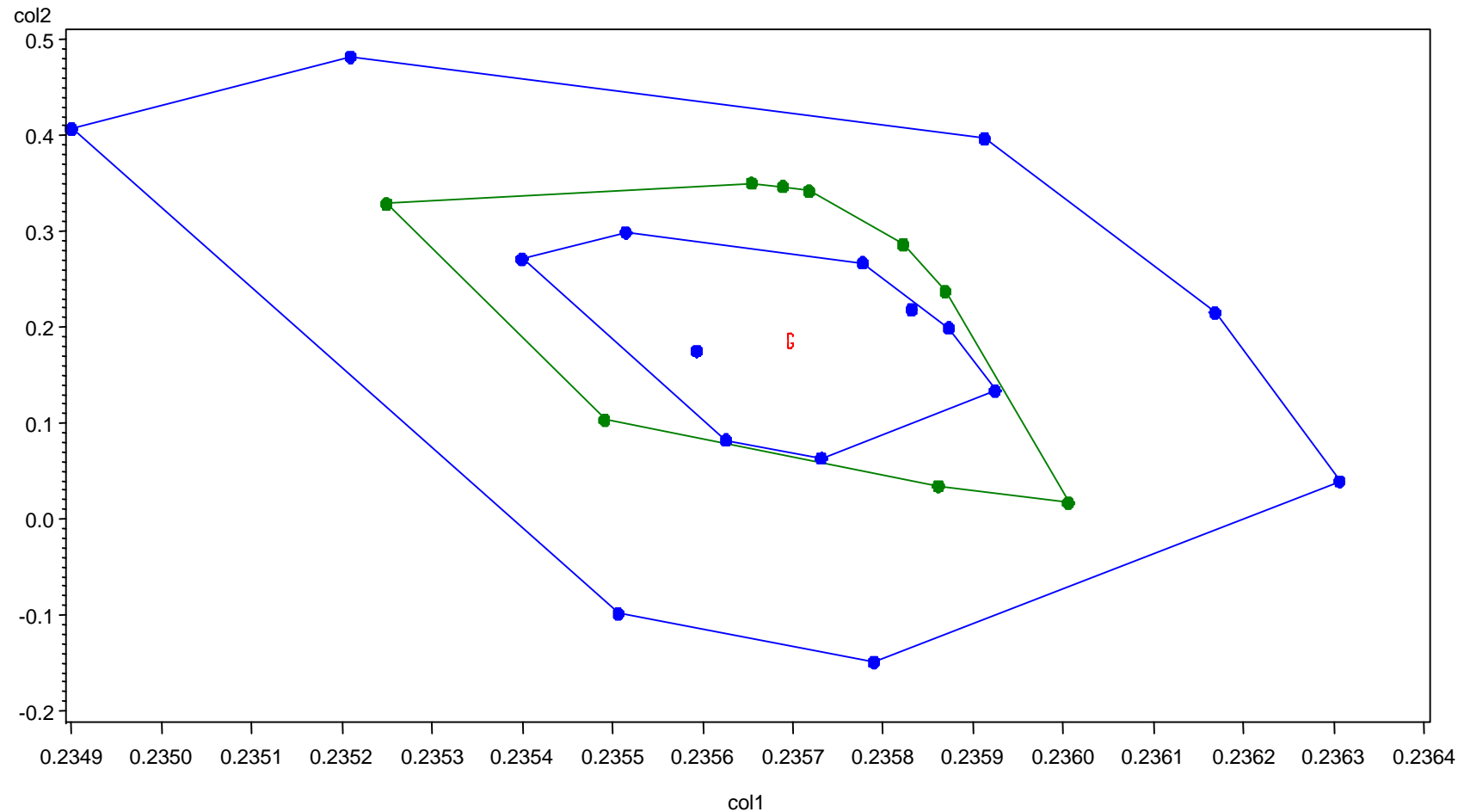


## Etape 2 : Carte non paramétrique (Zani et al.1998)

1. Définir une **région intérieure** : enveloppe convexe contenant au plus 50% des points (robustesse)
2. **Région de contrôle**: dilatation de la région intérieure par “multiplication” des distances des points au **centre de gravité** de la région par un nombre  $l$  correspondant à une **probabilité de fausse alerte  $\alpha$**

# Etape 2 : Carte non paramétrique

EXEMPLE ENVELOPPES CONVEXES



# **Application au contrôle off-line des procédés par lots**

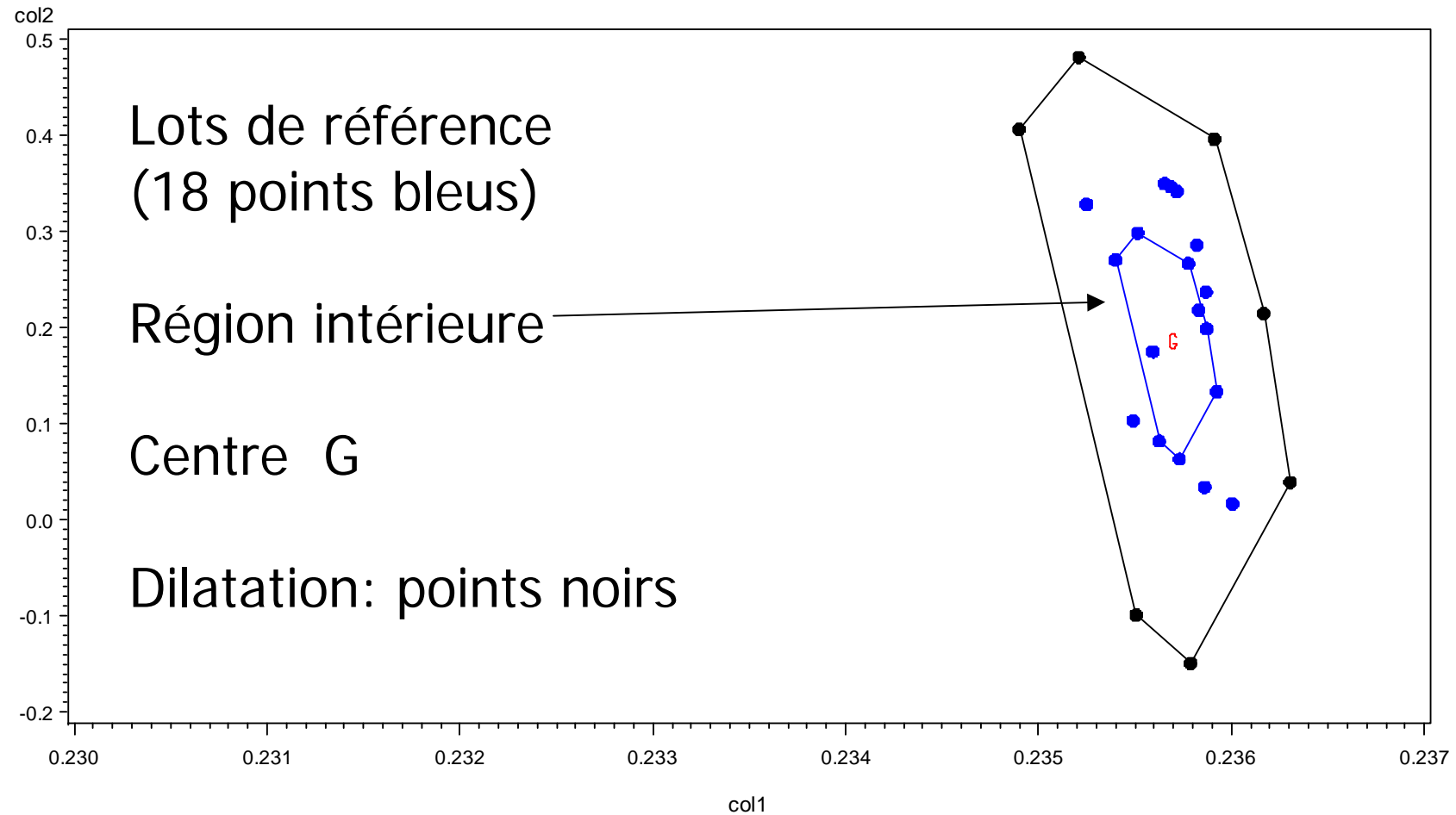
# Exemple

Nomikos, P. and MacGregor, J.F.

- Données issues procédé de polymérisation
  - 18 lots de référence sélectionnés pour représenter le fonctionnement normal du procédé
  - 11 lots supplémentaires pour tester les performances
    - 4 bons lots
    - 7 mauvais lots
  - 10 variables mesurées à 100 instants

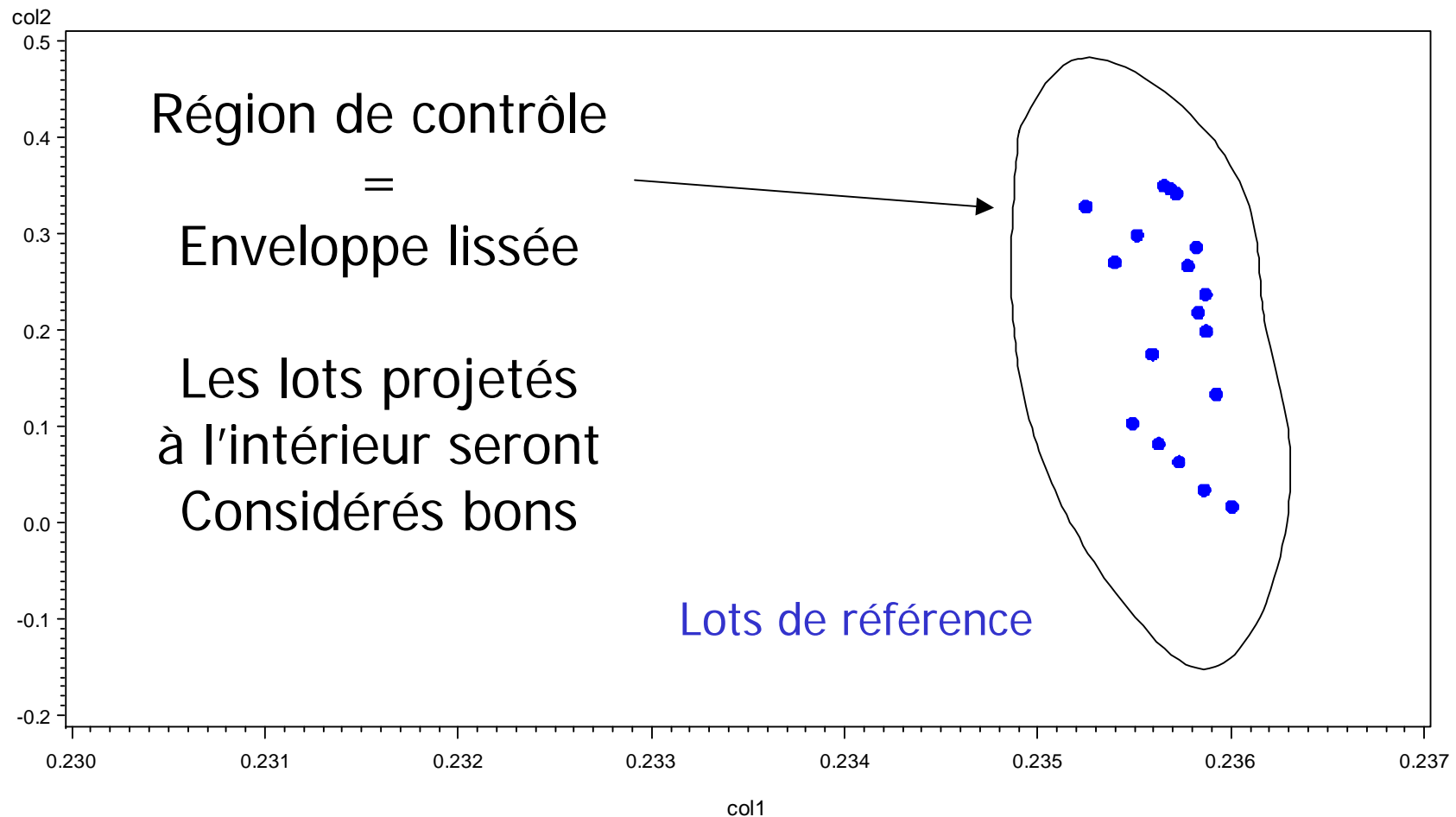
# STATIS : plan factoriel interstructure

ENVELOPPES CONVEXES NOMIKOS 100

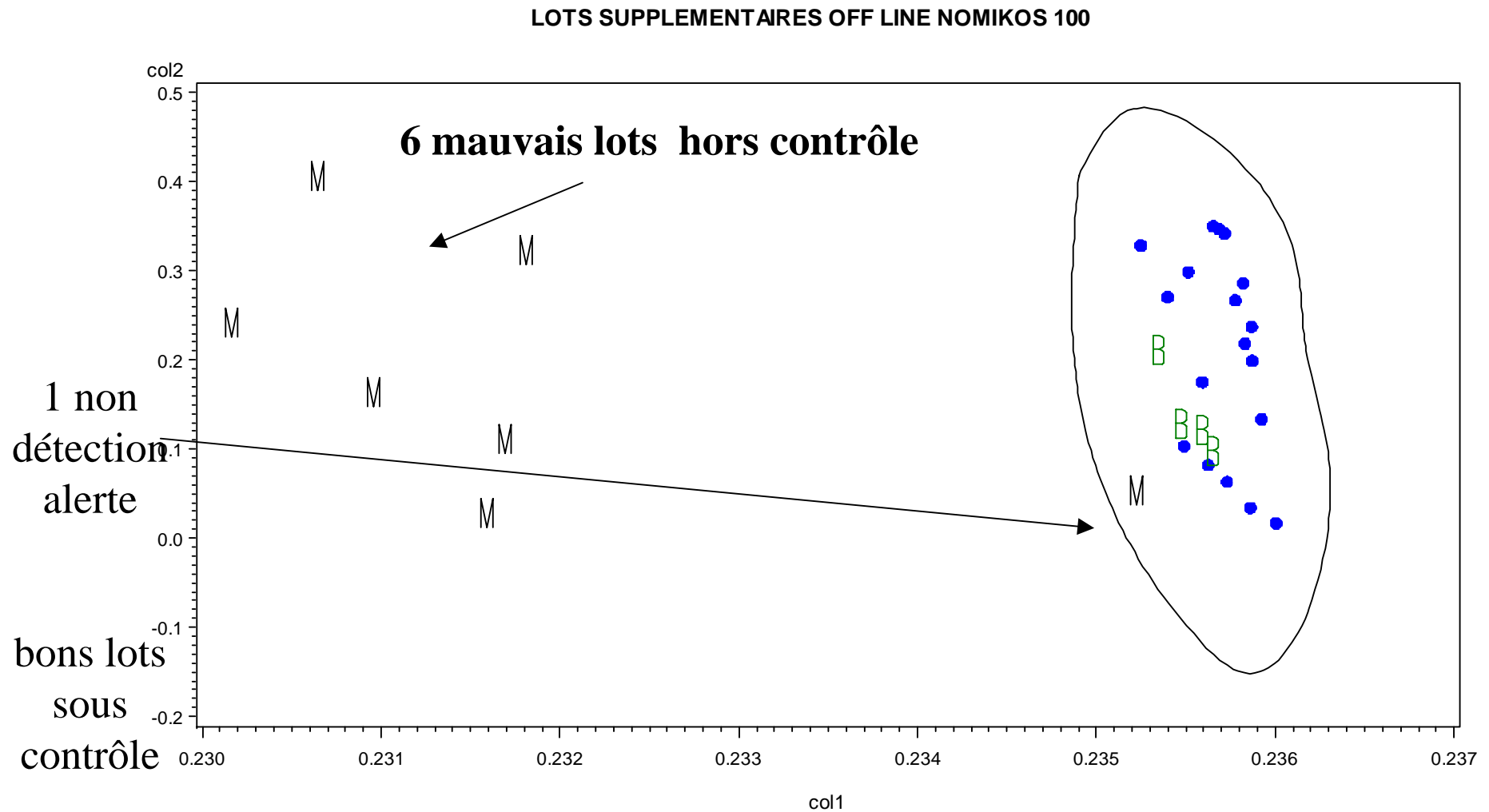


# Carte de contrôle off line

CARTE DE CONTROLE OFF LINE NOMIKOS 100



# Projection des lots supplémentaires



# Contrôle on line

- Contrôle en cours de fabrication: détection au plus tôt des dérèglages → une carte pour chaque instant
- Notre proposition : le procédé sous contrôle à l'instant  $t$  est caractérisé par des **lots de référence constitués de  $N$  tableaux de dimension  $t \times p$**  cumulant les mesures jusqu'à  $t$  (*CUSUM*)
- **Contrôle on line:**  $T$  (une pour chaque  $t$ ) cartes de contrôle non paramétriques basées sur STATIS



# Contrôle on line :étape 1

- Réduire les  $T$  cartes en  $K-1$  les plus intéressantes
- **Classification en  $K$  classes avec une contrainte de contiguité temporelle** (Lechevallier 1990)
- **Extension multidimensionnelle** basée sur le critère additif de l'inertie intra **de l'algorithme de Fisher (1958)**

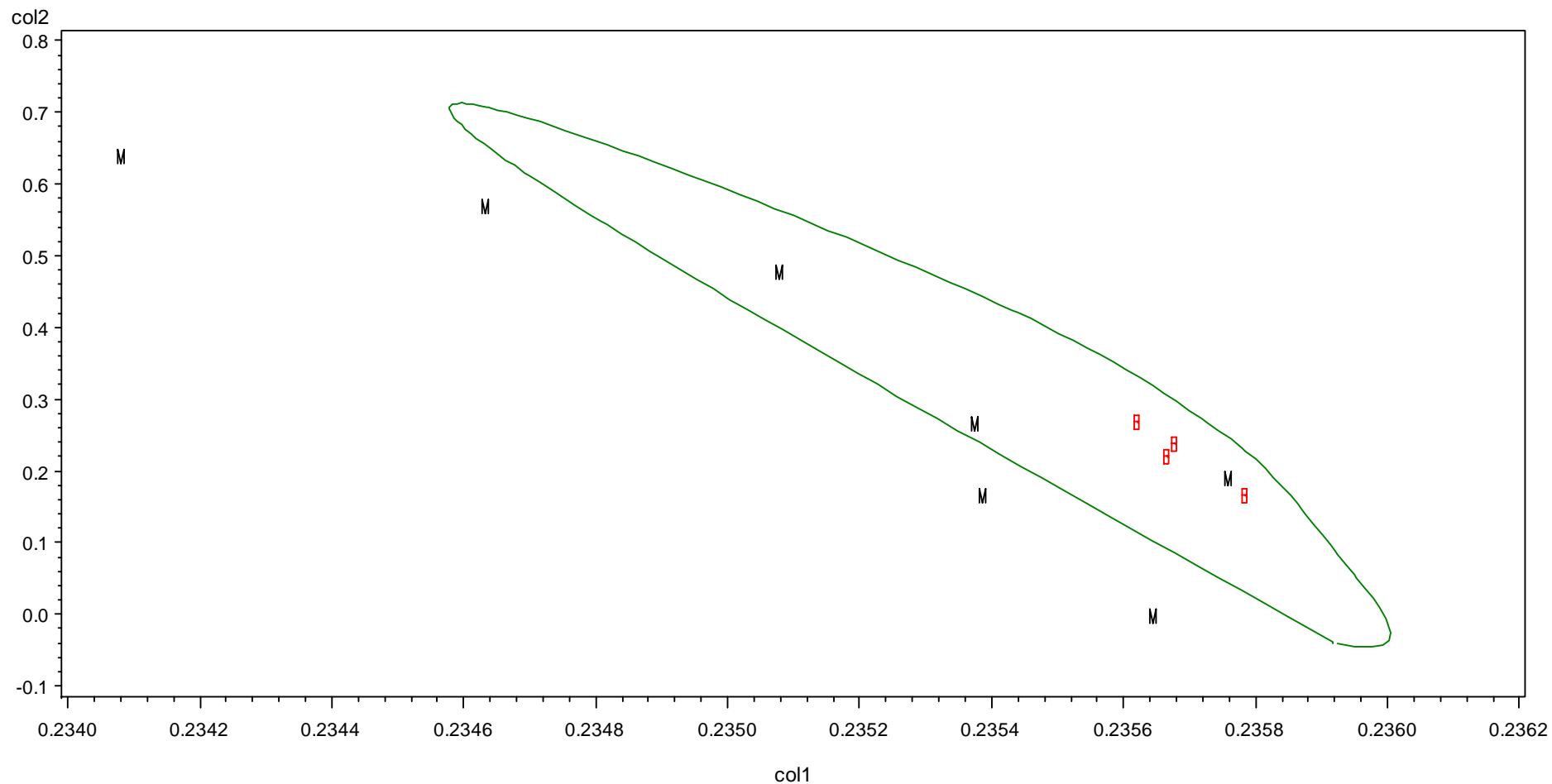
# **Application au contrôle on-line des procédés par lots**

# Exemple contrôle on line

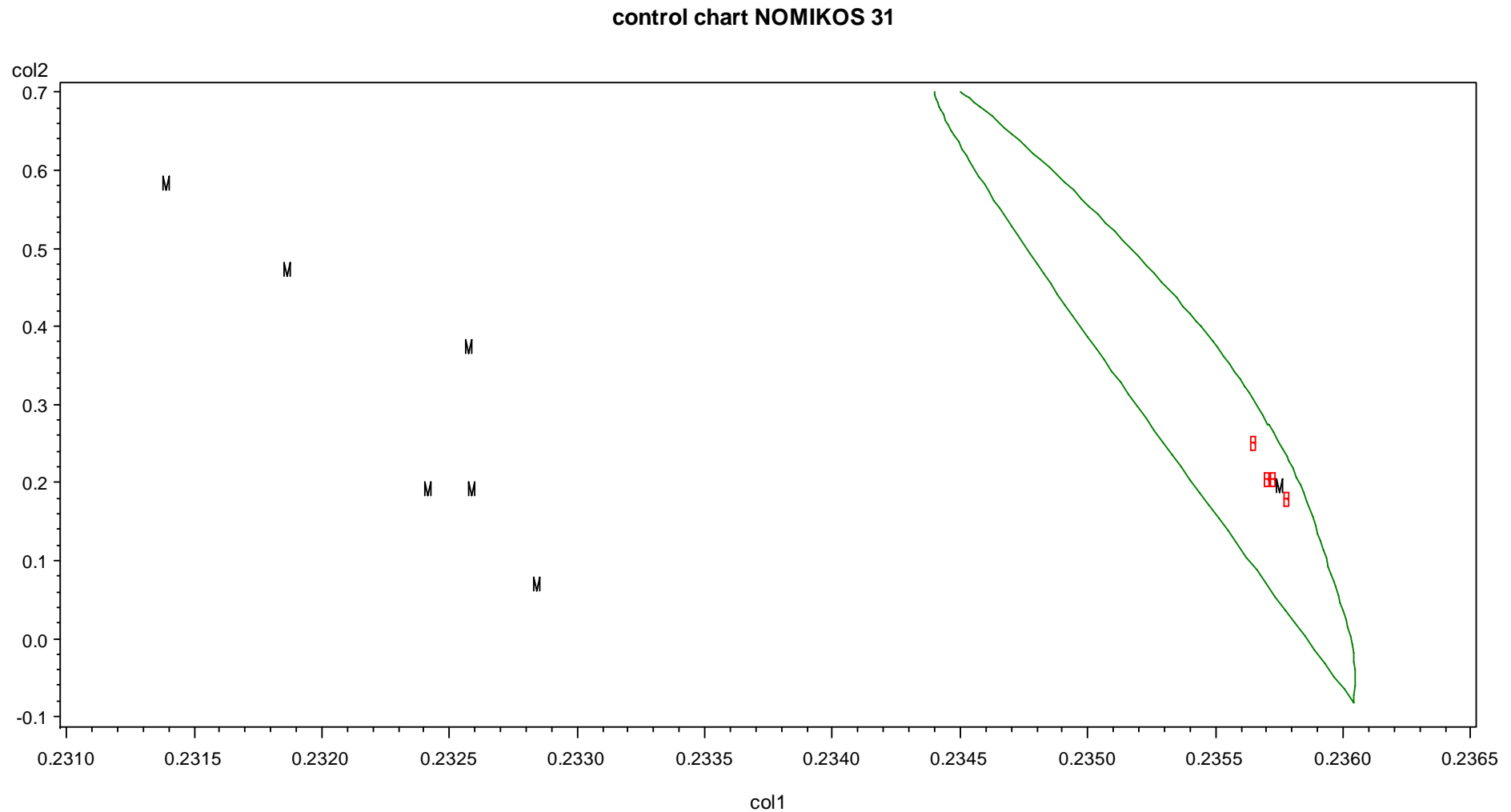
- Classification en 7 classes :  $t_k=18, 31, 47, 64, 77, 88$
- STATIS sur 18 lots de référence tableaux  $t_k \times p$  pour la carte  $k$
- interstructure = résumé du procédé à chaque instant
- Carte de contrôle sur les plans factoriels selon la même démarche que pour le contrôle off line

# Première carte on line: instant 18

control chart NOMIKOS 18



# Deuxième carte on line: instant 31



Agrostat, Paris, 1 Mars 2012

# PERSPECTIVES

- Méthodes de contrôle **off line et on line** de procédés par lots **à temps fixe et temps variable**
- Etude plus formelle de **l'efficacité des cartes de contrôle** proposées
- Comparer notre approche à **d'autres méthodes non paramétriques** telles que celles basées sur la notion de data depth.
- Autres méthodes multi-tableaux